4. Filtres électroniques passifs

4.1 Rappel sur les composants de base sur tension alternative

$X_C = f(f)$

$X_L = f(f)$

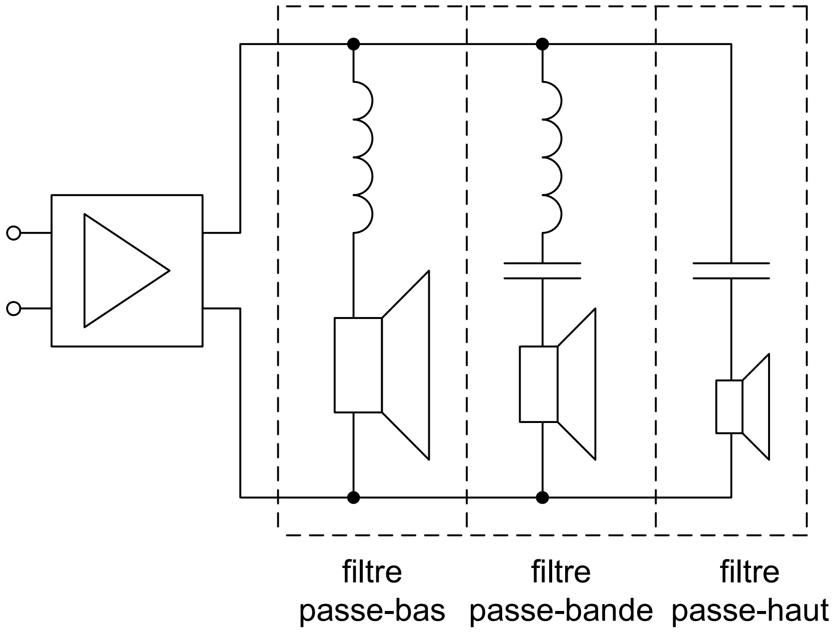
$R = f(f)$

4.2 Introduction

Exercice 1:

Avec vos connaissances sur les composants de bases sur tension alternative, développez le circuit d'un filtre 3 voies pour une enceinte avec trois haut-parleurs.

Solution:



4.3 Filtre RL passe-bas

Dans l'exercice précédent la bobine avec l'haut-parleur en série forment un filtre passe-bas. Un filtre passe-bas est un circuit électronique qui laisse passer les basses fréquences et qui atténue les hautes fréquences.

Dans l'essai 1 on a vu que les haut-parleurs se comportent surtout comme une résistance ohmique. La manière la plus simple de réaliser un filtre passe-bas est donc de brancher une bobine et une résistance en série. On appelle ce circuit "filtre RL passe-bas".

circuit d'un filtre RL passe-bas:

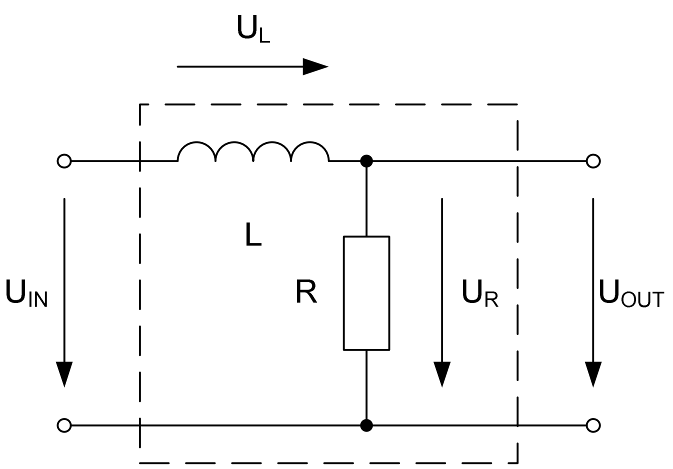
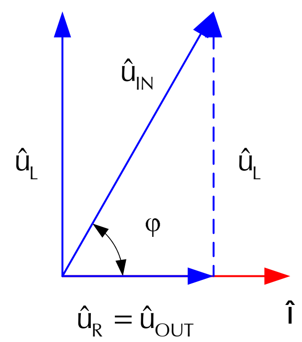


diagramme vectoriel:



fonctionnement:

Le filtre RL passe-bas est en principe un diviseur de tension variable. La plus petite tension se trouve sur la plus petite résistance.

Si on augmente la fréquence il vaut:

$$f \nearrow \Rightarrow X_L \nearrow \Rightarrow \hat{u}_L \nearrow \Rightarrow \hat{u}_R \searrow \Rightarrow \hat{u}_{OUT} \searrow$$

Pour les très hautes fréquences il vaut donc:

$$\underline{\underline{\hat{u}_{OUT} \approx 0V}}$$

Si on réduit la fréquence il vaut:

$$f \searrow \Rightarrow X_L \searrow \Rightarrow \hat{u}_L \searrow \Rightarrow \hat{u}_R \nearrow \Rightarrow \hat{u}_{OUT} \nearrow$$

Pour les très basses fréquences il vaut donc:

$$\underline{\underline{\hat{u}_{OUT} \approx \hat{u}_{IN}}}$$

Si on augmente la fréquence f la tension de sortie $\hat{u}_{OUT}$ va donc diminuer graduellement. A l'aide d'une courbe de réponse en fréquence le comportement du circuit peut être visualisé pour toutes les fréquences. (voir aussi essai 2)

4.4 Courbe de réponse en fréquence

4.4.1 Définition

La courbe de réponse en fréquence d'un circuit est la courbe G_U=f(f) ou G_{dB}=f(f).

G_U est le gain en tension du circuit [sans unité]

f est la fréquence [Hz]

Exercice 2:

a) Calculez le gain en tension d'un filtre passe-bas RL pour une fréquence de 0Hz et ∞Hz.

b) Dessinez avec les résultats du point a) la courbe de réponse en fréquence G_U=f(f) approximative d'un filtre passe-bas RL.

c) Calculez le niveau du gain d'un filtre passe-bas RL pour une fréquence de 0Hz et ∞Hz.

d) Dessinez avec les résultats du point a) la courbe de réponse en fréquence G_{dB}=f(f) approximative d'un filtre passe-bas RL.

4.5 Fréquence de coupure d'un filtre

Toutes les courbes de réponse en fréquence vues dans l'essai 2 montrent qu'il n'existe pas de fréquence précise au-delà de laquelle le circuit va bloquer ou laisser passer complètement le signal d'entrée. Le passage entre la zone de passage et la zone de blocage se fait graduellement.

Pour mieux pouvoir dimensionner les filtres on définie pourtant arbitrairement la fréquence de coupure comme suit.

Définition:

La **fréquence de coupure f_C** d'un circuit est la fréquence où la tension de sortie est devenue $\sqrt{2}$-fois plus petite par rapport à la tension de sortie maximale, donc où:

$$\hat{u}_{OUT} = \frac{\hat{u}_{OUT,MAX}}{\sqrt{2}}$$

$\hat{u}_{OUT}$ est la valeur de crête de la tension de sortie à la fréquence de coupure.

$\hat{u}_{OUT,MAX}$ est la valeur de crête de la tension de sortie maximale à n'importe quelle autre fréquence.

Exercice 3:

Soit un filtre RL passe-bas idéal, c.à.d. le gain maximal est 1. $\hat{u}_{IN} = 5V$.

a) Calculez le niveau du gain maximal $G_{dB,MAX}$.
b) Indiquez $\hat{u}_{OUT,MAX}$.
c) Calculez $\hat{u}_{OUT}$ à la fréquence de coupure.
d) Calculez le niveau du gain G_{dB} à la fréquence de coupure f_C.
e) Quelle est la valeur de la différence entre $G_{dB,MAX}$ et G_{dB}?

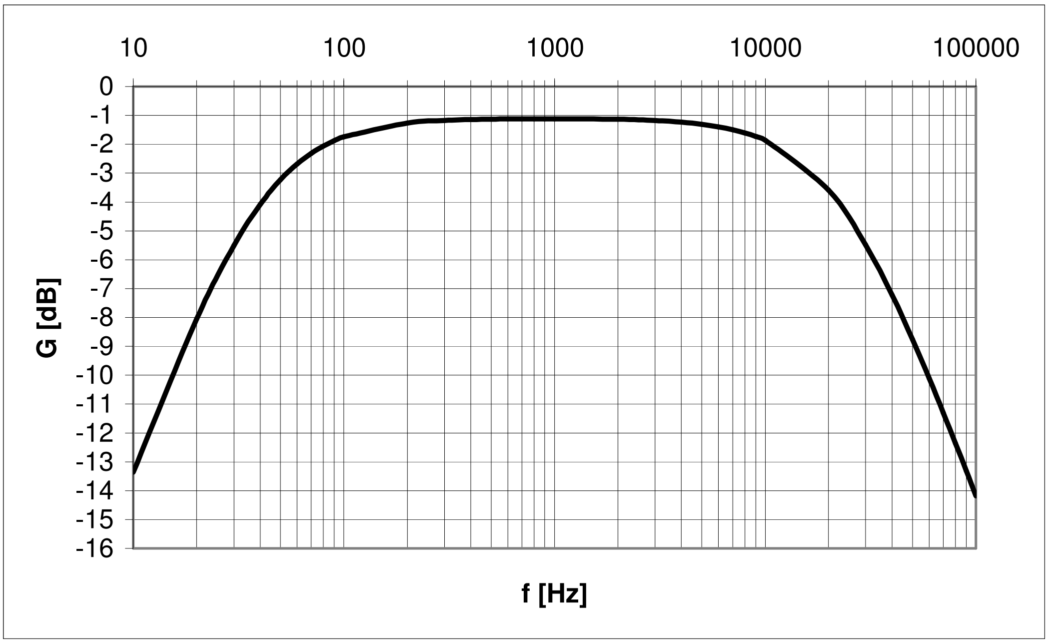
Exercice 4:

Soit un filtre RL passe-bas non-idéal où le gain maximal est 0,8. $\hat{u}_{IN} = 5V$.

a) Calculez le niveau du gain maximal $G_{dB,MAX}$.
b) Calculez $\hat{u}_{OUT,MAX}$.
c) Calculez $\hat{u}_{OUT}$ à la fréquence de coupure.
d) Calculez le niveau du gain G_{dB} à la fréquence de coupure f_C.
e) Quelle est la valeur de la différence entre $G_{dB,MAX}$ et G_{dB}?

Exercice 5:

a) En comparant les résultats de l'exercice 3 et 4, trouvez une autre définition de la fréquence de coupure.
b) Déterminez les fréquences de coupure du filtre passe bande avec la courbe de réponse en fréquences suivante.



Exercice 6:

Soit un filtre RL passe-bas avec une bobine idéale:

a) Tracez le diagramme vectoriel des tensions et des résistances.

b) Pour ce circuit il vaut:

- $\hat{u}_{OUT} = \hat{u}_R$
- $\hat{u}_{OUT,MAX} = \hat{u}_{IN}$

Donc pour le filtre RL passe-bas on peut aussi dire qu'à la fréquence de coupure il vaut:

$$\hat{u}_R = \frac{\hat{u}_{IN}}{\sqrt{2}}$$

Calculez à partir de cette information le déphasage entre $\hat{u}_{IN}$ et $\hat{u}_R$.

c) Comparez $\hat{u}_R$ et $\hat{u}_L$ à la fréquence de coupure.

d) Comparez R et X_L à la fréquence de coupure.

e) Déterminez à partir de votre résultat au point d) la formule pour calculer la fréquence de coupure d'un filtre RL si on connaît la valeur de la résistance R et l'inductance L de la bobine.

Exercice 7:

a) Comment est-ce que la fréquence de coupure varie si on augmente l'inductance d'un filtre RL.

b) Dimensionnez un filtre RL passe-bas avec une fréquence de coupure de 120kHz.

c) Calculez la valeur de la résistance d'un filtre RL passe-bas avec une fréquence de coupure de 1MHz si on utilise une inductance de 100µH. (solution: R=628Ω)

Exercice 8:

Ecrivez le chapitre 4.6 sur le filtre RC passe-haut en vous inspirant du chapitre 4.3.

4.6 Filtre RC passe-haut

Un filtre passe-haut est un circuit électronique qui laisse passer les hautes fréquences et qui atténue les basses fréquences. La manière la plus simple de réaliser un filtre passe-haut est d'utiliser un circuit RC.

circuit d'un filtre RC passe-haut:

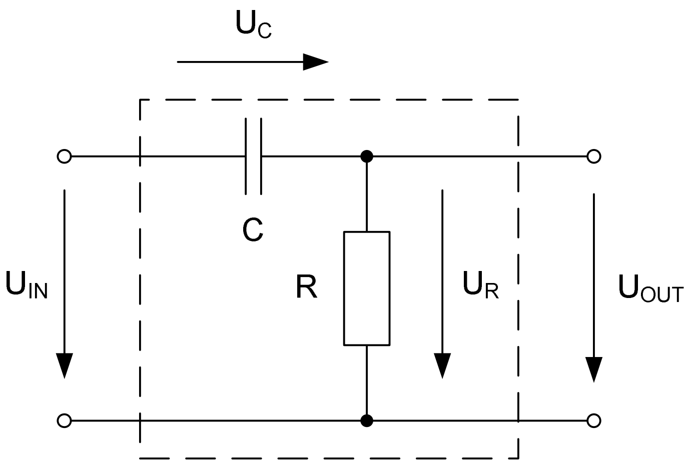
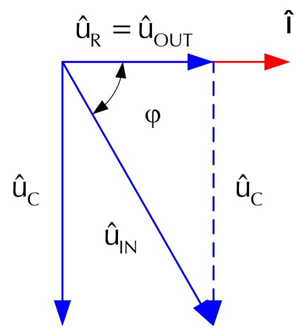


diagramme vectoriel:



fonctionnement:

Le filtre RC passe-haut est en principe un diviseur de tension variable. La plus petite tension se trouve sur la plus petite résistance.

Si on augmente la fréquence il vaut:

$$f \nearrow \Rightarrow X_C \searrow \Rightarrow \hat{u}_C \searrow \Rightarrow \hat{u}_R \nearrow \Rightarrow \hat{u}_{OUT} \nearrow$$

Pour les très hautes fréquences il vaut donc:

$$\underline{\underline{\hat{u}_{OUT} \approx \hat{u}_{IN}}}$$

Si on réduit la fréquence il vaut:

$$f \searrow \Rightarrow X_C \nearrow \Rightarrow \hat{u}_C \nearrow \Rightarrow \hat{u}_R \searrow \Rightarrow \hat{u}_{OUT} \searrow$$

Pour les très basses fréquences il vaut donc:

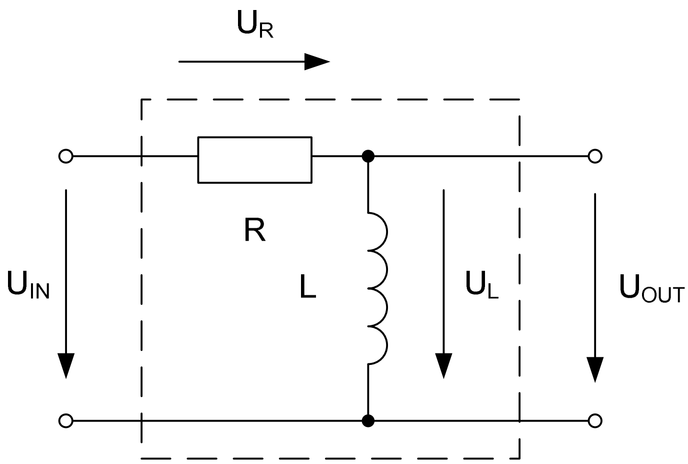
$$\underline{\underline{\hat{u}_{OUT} \approx 0V}}$$

Si on augmente la fréquence f la tension de sortie $\hat{u}_{OUT}$ va donc augmenter graduellement.

4.7 Filtre RL passe-haut

La différence entre le filtre RL passe-bas et passe-haut est que la bobine est remplacée par la résistance et vice versa.

circuit d'un filtre RL passe-haut:



fonctionnement:

Si on augmente la fréquence il vaut:

$$f \nearrow \Rightarrow X_L \nearrow \Rightarrow \hat{u}_L \nearrow \Rightarrow \hat{u}_{OUT} \nearrow$$

Pour les très hautes fréquences il vaut donc:

$$\hat{u}_{OUT} \approx \hat{u}_{IN}$$

Si on réduit la fréquence il vaut:

$$f \searrow \Rightarrow X_L \searrow \Rightarrow \hat{u}_L \searrow \Rightarrow \hat{u}_{OUT} \searrow$$

Pour les très basses fréquences il vaut donc:

$$\hat{u}_{OUT} \approx 0V$$

fréquence de coupure:

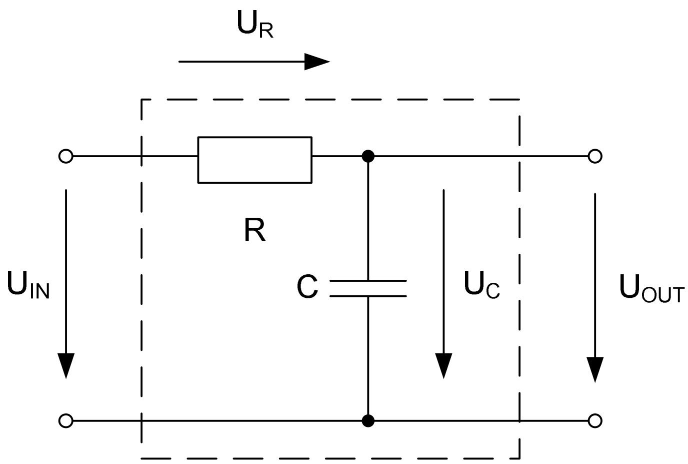
Pour la fréquence de coupure f_C il vaut de même que pour le filtre RL passe-bas:

$$\boxed{f_C = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}}$$

4.8 Filtre RC passe-bas

La différence entre le filtre RC passe-bas et passe-haut est que le condensateur est remplacée par la résistance et vice versa.

circuit d'un filtre RC passe-bas:



fonctionnement:

Si on augmente la fréquence il vaut:

$$f \nearrow \Rightarrow X_C \searrow \Rightarrow \hat{u}_C \searrow \Rightarrow \hat{u}_{OUT} \searrow$$

Pour les très hautes fréquences il vaut donc:

$$\underline{\underline{\hat{u}_{OUT} \approx 0V}}$$

Si on réduit la fréquence il vaut:

$$f \searrow \Rightarrow X_C \nearrow \Rightarrow \hat{u}_C \nearrow \Rightarrow \hat{u}_{OUT} \nearrow$$

Pour les très basses fréquences il vaut donc:

$$\underline{\underline{\hat{u}_{OUT} \approx \hat{u}_{IN}}}$$

fréquence de coupure:

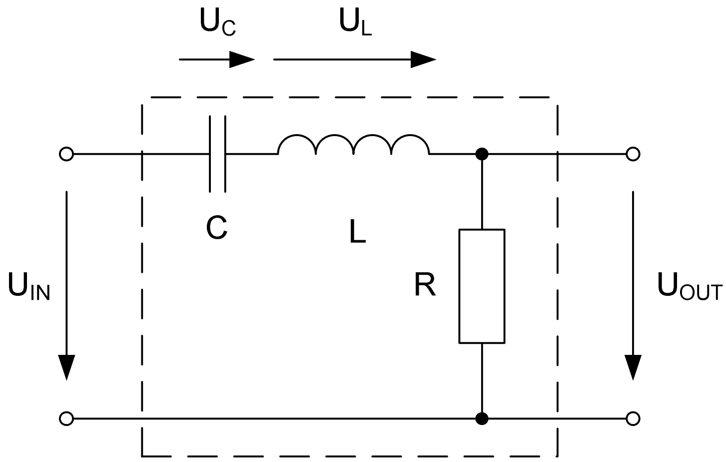
Pour la fréquence de coupure f_C il vaut de même que pour le filtre RC passe-haut:

$$\boxed{f_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}}$$

4.9 Filtre RLC passe-bande

Un filtre passe-bande est un circuit électronique qui laisse passer les moyennes fréquences et qui atténue les basses et les hautes fréquences. Une façon de réaliser un tel filtre est le filtre RLC passe-bande.

circuit d'un filtre RLC passe-bande:



fonctionnement:

Pour les basses fréquences il vaut:

$$X_C >> R$$
$$\Rightarrow \hat{u}_C >> \hat{u}_{OUT}$$
$$\Rightarrow \hat{u}_{OUT} \approx 0V$$

Pour les hautes fréquences il vaut:

$$X_L >> R$$
$$\Rightarrow \hat{u}_L >> \hat{u}_{OUT}$$
$$\Rightarrow \hat{u}_{OUT} \approx 0V$$

A la fréquence de résonance f_0 il vaut:

Dans la courbe de réponse en fréquence d'un filtre passe-bande RLC on voit que le gain est 1 à une seule fréquence qu'on appelle *fréquence de résonance f_0*. A cette fréquence il vaut donc que $\hat{u}_{OUT} \approx \hat{u}_{IN}$. Suivant la logique des circuits précédents on pourrait maintenant être tenté de dire que $\hat{u}_C$ ainsi que $\hat{u}_L$ seraient nul. Ceci signifierait pourtant que X_C et X_L seraient nul aussi à la même fréquence, ce qui n'est pas possible.

L'erreur dans la logique précédente est dans le fait que U_{IN} n'est pas égale à l'addition algébrique mais à l'addition vectoriel des trois tensions U_C, U_L et U_{OUT}.

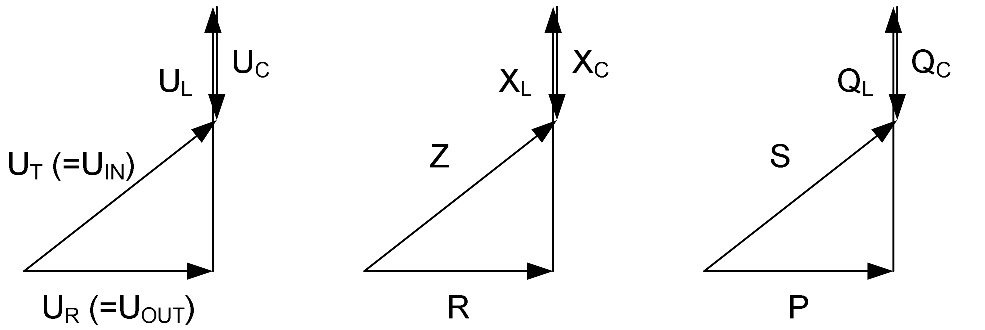
$$U_{IN} \neq U_C + U_L + U_{OUT}$$

$$\vec{U}_{IN} = \vec{U}_C + \vec{U}_L + \vec{U}_{OUT}$$

Analysons donc les diagrammes vectoriels des tensions et des résistances du circuit.

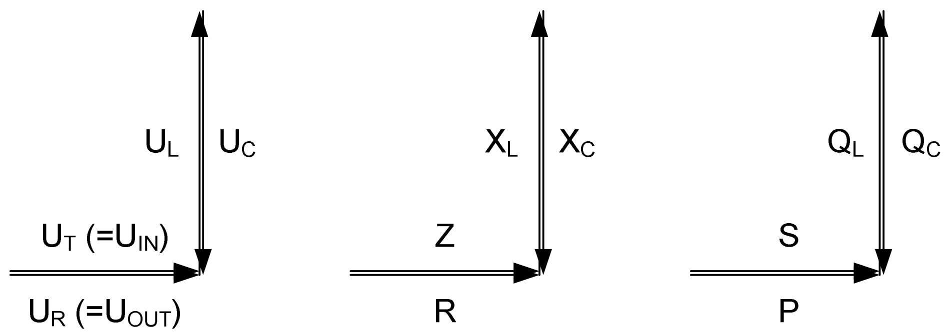
Pour une fréquence quelconque il vaut:

diagramme vectoriel des tensions: **diagramme vectoriel des résistances:** **diagramme vectoriel des puissances:**



À la fréquence de résonance les diagrammes se transforment comme suit.

Si f = f_0, alors il vaut:



Dans le diagramme vectoriel des tensions on voit qu'à la fréquence de résonance la tension de sortie est égale à la tension d'entrée, donc $G_U=1$. U_C et U_L se compensent. $\vec{U}_C + \vec{U}_L = \vec{0}$

Dans le diagramme vectoriel des résistances on voit qu'à la fréquence de résonance tout le circuit se comporte comme une seule résistance ohmique. X_C et X_L se compensent. $\vec{X}_C + \vec{X}_L = \vec{0}$

Dans le diagramme vectoriel des puissances on voit qu'à la fréquence de résonance le circuit complet ne consomme que de la puissance réelle. Q_C et Q_L se compensent. $\vec{Q}_C + \vec{Q}_L = \vec{0}$

Exercice 9:

Trouvez la formule pour calculer f_0 si on connaît L et C.

définitions:

On appelle fréquence de résonance f_0 la fréquence où le gain est maximal.

On appelle bande passante Δf la différence entre la fréquence de coupure supérieur f_{UC} et la fréquence de coupure inférieur f_{LC}.

$$\boxed{\Delta f = f_{UC} - f_{LC}}$$

Pour le filtre RLC passe-bande la bande passante est égale à:

$$\Delta f_{RLC} = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}$$

On appelle facteur de qualité Q d'un filtre passe-bande le rapport entre la fréquence de résonance f_0 et la bande passante.

$$\boxed{Q = \frac{f_0}{\Delta f}}$$

Par un filtre avec une grande qualité on comprend un filtre qui est très sélectif, c'est-à-dire un filtre qui a une petite bande passante.

Exercices sur le filtre RLC passe-bande:

1. Calculez la fréquence de résonance du filtre RLC passe-bande utilisé dans l'essai 2. Comparez cette valeur calculée avec la valeur déterminée par lecture graphique.
2. Déterminez les fréquences de coupure dans la courbe de réponse en fréquence du filtre RLC passe-bande utilisé dans l'essai 2 et calculez à partir de ces valeurs la bande passante. Comparez cette valeur à la valeur théorique.

Pour information:

En informatique le terme "bande passante" est utilisé, par abus de langage, comme synonyme pour "vitesse de transmission". On dit par exemple: "Ma ligne DSL a une bande passante de 200 ko/s." au lieu de "Ma ligne DSL a une vitesse de transmission de 200 ko/s.". Cette erreur de langage provient du fait qu'il a une relation entre la bande passante d'une ligne de transmission et la vitesse maximale de transmission. Le plus grand la bande passante d'une ligne de transmission est, le plus grand la vitesse maximale de transmission est elle aussi. Pourtant les deux termes ne sont pas des synonymes.

3. Calculez le facteur de qualité du filtre RLC passe-bande utilisé.
4. Développez un filtre coupe-bande.
5. Développer à l'aide de vos connaissances du chapitre présent le circuit d'un autre filtre passe-bande en vous rappelant qu'un filtre passe-bande atténue les basses et atténue les hautes fréquences.

information pour le prof:

$$f_{LC,RLC} = \frac{1}{2\pi}\left(\sqrt{\frac{1}{LC}+\left(\frac{R}{2L}\right)^2} - \frac{R}{2L}\right) \qquad f_{UC,RLC} = \frac{1}{2\pi}\left(\sqrt{\frac{1}{LC}+\left(\frac{R}{2L}\right)^2} + \frac{R}{2L}\right)$$

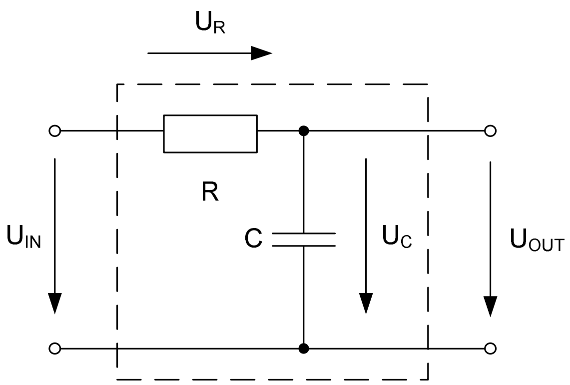
$$Q_{RLC} = \frac{2\cdot\pi\cdot f_0\cdot L}{R}$$

4.10 Approche mathématiques aux courbes de réponses en fréquence

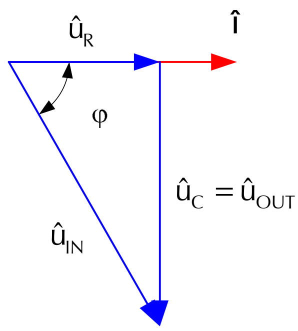
D'une vue mathématiques la courbe de réponse en fréquences est le graphique d'une fonction sauf que les deux grandeurs concernées sont f et G_{dB} et non x et y.

Essayons par la suite de trouver l'équation de la fonction d'un filtre RC passe-bas.

Schaltung eines RC-Hochpass:



Zeigerdiagramm:



$$G_U = \frac{\hat{u}_{OUT}}{\hat{u}_{IN}} = \sin\varphi = \frac{X_C}{Z} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

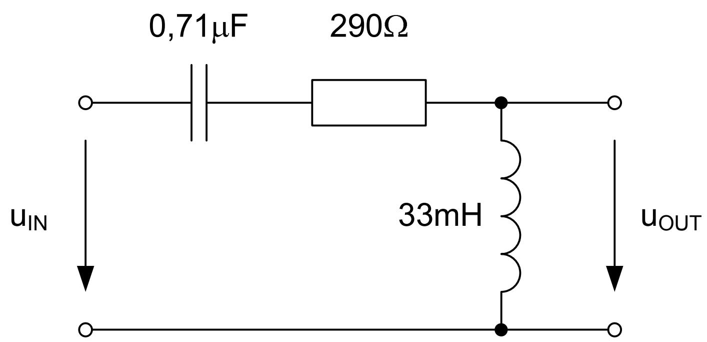
$$= \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\omega C\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2\cdot\left((\omega RC)^2+1\right)}}$$

$$\underline{\underline{G_U = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}}}$$

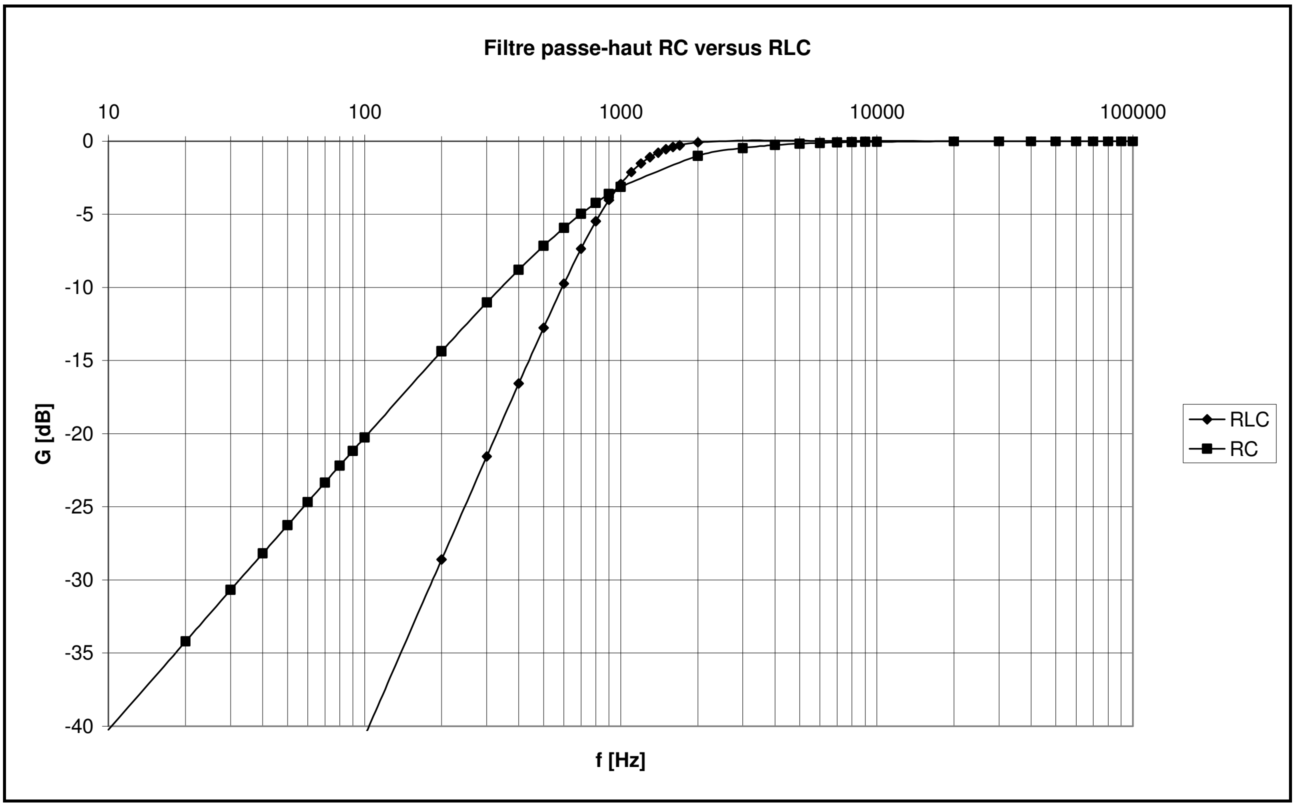
4.11 Ordre d'un filtre passif

Exercice 10:

a) De quelle sorte de filtre est-ce qu'il s'agit point de vue réponse en fréquence dans l'exemple suivant?



b) Comparez les courbes de réponse en fréquence du filtre RLC passe-haut ci-dessus et d'un filtre RC passe-haut avec la même fréquence de coupure. Lequel des deux est plus idéal?



<u>définition:</u>

L’ordre d’un filtre décrit la pente de la courbe de réponse en fréquence dans la partie bloquante en dB/décade.

pente de la courbe	**ordre du filtre**	
	passe-haut ou passe-bas	**passe-bande**
20 dB/décade	1	2
40 dB/décade	2	4
60 dB/décade	3	6